

Koło matematyczne

zestaw 17/2016/2017

1. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (z+x)(x+y+z) = 96. \end{cases}$$

2. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b zachodzi nierówność:

$$a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b.$$

3. Czy istnieją takie dwie liczby x i y , aby jednocześnie zachodziły równości:

$$x(y-x) = 3, \quad y(4y-3x) = 2.$$

Odpowiedź uzasadnij.

4. Punkt C leży wewnątrz odcinka AB . Niech okręgi o_1 , o_2 i o będą okręgami o średnicach odpowiednio AC , BC i AB . Prosta k przechodzi przez punkt C i przecina okręgi w pięciu punktach D, E, C, F, G , położonych w wymienionej kolejności. Wykaż, że odcinki DE i FG mają równe długości.
5. Pewna liczba naturalna w układzie dziesiętnym ma postać $x0yz$, gdzie x, y, z są cyframi, $x > 0$. Liczba ta podzielona przez pewną liczbę naturalną n daje iloraz, który w układzie dziesiętnym jest postaci xyz . Znaleźć x, y, z i n .
6. Rozstrzygnij czy istnieje wielościan o sześciu ścianach i siedmiu wierzchołkach.