XXIV Konkurs Matematyczny St@ś

XIV LO im. Stanisława Staszica

II etap

1 czerwca 2026 roku

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe lub wszystkie trzy są prawdziwe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, zakoloruj kwadrat przy literce T na karcie odpowiedzi, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, zakoloruj kwadrat przy literce N. W przypadku pomyłki błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zamaluj odpowiedni kwadrat. Jeśli uznasz, że jeszcze raz się pomyliłeś, otocz kółkiem drugie zaznaczenie i obok zapisz poprawną odpowiedź: T lub N. Nie korzystaj z korektora.

Na rozwiązanie poniższych zadań masz 90 minut. Za udzielenie poprawnych odpowiedzi na wszystkie podpunkty otrzymujesz 2 punkty, za dwie poprawne odpowiedzi 1 punkt, w pozostałych przypadkach 0 punktów. Nie możesz używać kalkulatora. Powodzenia!

1. Liczba 1000^{1000} ma

a) 1000 cyfr **(NIE)**; **b)** 2000 cyfr **(NIE)**; **c)** 3000 cyfr **(NIE)**.

2. Istnieją takie trzy liczby naturalne 12-cyfrowe, że ich iloczyn jest liczbą

a) 34-cyfrową **(TAK)**; **b)** 35-cyfrową **(TAK)**; **c)** 36-cyfrową **(TAK)**.

3. Liczbę 2026 można przedstawić jako sumę

a) 4 kolejnych liczb całkowitych **(TAK)**;

b) 7 kolejnych liczb całkowitych **(NIE)**;

c) 8 kolejnych liczb całkowitych **(NIE)**.

4. Liczba $5^{23} + 5^{24} + 5^{25} + 5^{26}$ jest podzielna przez

a) 20 **(TAK)**; **b)** 65 **(TAK)**; **c)** 12 **(TAK)**.

5. Dana jest liczba całkowita dodatnia n oraz liczby całkowite a, b, c, d, e niepodzielne przez n. Wiadomo, że każda z sum $a+b,\ b+c,\ c+d,\ d+e,\ e+a$ jest podzielna przez n. Liczba n

a) musi być równa 2 **(NIE)**;

b) może być równa 2025 **(NIE)**;

c) może być równa 2026 **(TAK)**.

6. Liczbę nazywamy palindromiczną, jeśli nie zmienia się po zapisaniu jej cyfr w odwrotnej kolejności. Przez 11 podzielna jest

a) każda czterocyfrowa liczba palindromiczna **(TAK)**;

b) pewna trzycyfrowa liczba palindromiczna o cyfrach parzystych **(TAK)**;

c) pewna trzycyfrowa liczba palindromiczna o cyfrach nieparzystych **(TAK)**.

7. Rycerz walczy z wielogłowym smokiem. Rycerz może ściąć uderzeniem miecza jedną, siedem lub jedenaście głów, ale jeśli pozostała choćby jedna głowa, natychmiast po cięciu smokowi odrasta odpowiednio cztery, jedna lub pięć głów. Smok ginie, gdy nie zostaje mu ani jedna głowa. Rycerz może zabić smoka, jeśli liczba głów smoka wynosi

a) 99 **(NIE)**; **b)** 100 **(TAK)**; **c)** 101 **(TAK)**.

8. Staś ułożył w rządku trzy standardowe sześcienne kostki do gry (tzn. takie, które na przeciwległych ścianach mają liczby oczek sumujące się do 7: 1 i 6, 2 i 5, 3 i 4). Kostki stykają się ze sobą ściankami. Na widocznych 11 ściankach

a) łączna liczba oczek musi być mniejsza od 50 (**TAK**);

b) muszą znajdować się trzy szóstki i trzy piątki, aby suma oczek była największa z możliwych (**NIE**);

c) muszą być co najmniej cztery parzyste liczby oczek (**NIE**).

9. Na płaszczyźnie zaznaczono n punktów takich, że każde trzy z nich są wierzchołkami trójkąta rozwartokątnego. Liczba n może być równa

a) 6 (**TAK**); **b)** 7 (**TAK**); **c)** 10 (**TAK**).

10. Na płaszczyźnie zaznaczono n punktów takich, że każde trzy z nich są wierzchołkami trójkąta równoramiennego. Liczba n może być równa

a) 4 (**TAK**); **b)** 5 (**TAK**); **c)** 6 (**TAK**).

11. W pewnym trójkącie dwie wysokości mają tę własność, że długość każdej z nich jest większa lub równa długości boku, na który została opuszczona. Wówczas trójkąt ten jest

a) ostrokątny (**NIE**); **b)** prostokątny (**TAK**); **c)** równoramienny (**TAK**).

12. Każda z liczb naturalnych a i b ma dokładnie dwa dzielniki naturalne. Suma $a + b$ może mieć dokładnie

a) 2 dzielniki naturalne (**TAK**);

b) 3 dzielniki naturalne (**TAK**);

c) 7 dzielników naturalnych (**TAK**).

13. Liczbę $\frac{1}{11}$ można przedstawić w postaci

a) $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$ (**TAK**); **b)** $\frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ (**TAK**); **c)** $\frac{1}{e} - \frac{1}{f}$ (**TAK**),

gdzie liczby a, b, c, d, e, f są naturalne.

14. Dane są trójkąty ABC i PQR takie, że $AB < PQ$ i $AC < PR$ i $\measuredangle BAC < \measuredangle QPR$. Wówczas

a) $BC < QR$ (**NIE**);

b) pole trójkąta ABC jest mniejsze od pola trójkąta PQR (**NIE**);

c) obwód trójkąta ABC jest mniejszy od obwodu trójkąta PQR (**TAK**).

15. Staś napisał na tablicy wszystkie liczby dwucyfrowe. Następnie dla każdej z liczb obliczył iloczyn jej cyfr, a jeśli był on dwucyfrowy, to obliczył jego iloczyn cyfr itd., aż otrzymał liczbę jednocyfrową. Później w każdym z 90 przypadków zmazał początkową liczbę dwucyfrową, a w jej miejsce wpisał otrzymaną cyfrę, np. w miejsce liczby 39 wpisał 4 ($39 \longrightarrow 27 \longrightarrow 14 \longrightarrow 4$). Po wykonaniu tych czynności na tablicy

a) cyfra 2 wystąpiła dokładnie 8 razy (**TAK**);

b) pojawiła się każda z cyfr 0 – 9 (**TAK**);

c) cyfra 0 wystąpiła dokładnie 20 razy (**NIE**).